

# 东北地区 11 种主要树种生长的最优模型选择

刘洋

(内蒙古农业大学 林学院, 内蒙古 呼和浩特 010019)

**摘要:** 树种生长过程模型的构建是林分生长和收获模型的重要组成部分。为了对东北地区 11 种主要树种生长过程进行数学模拟, 选取 4 359 株解析木基于经验和理论方程分别构建胸径、树高和材积最优生长过程方程并进行卡方检验。结果表明, 幂函数、柯列尔方程、豪斯费尔德、复合函数、指数函数、对数函数、极值函数、S 形曲线、舒马切模拟 11 种主要树种生长过程效果理想。本文所选出的最优模型适用于东北地区 11 种主要树种胸径、树高和材积生长过程的模拟与预测。本研究可为今后该地区林分收获预估提供一定的理论依据, 并为研究林分最优生长奠定基础。

**关键词:** 单木; 生长模型; 胸径; 树高; 材积

中图分类号: S718.5

文献标识码: A

文章编号: 1007-4066(2023)02-29-07

## Selection of Optimal Growth Model for 11 Main Tree Species in Northeast China

LIU Yang

(College of Forestry, Inner Mongolia Agricultural University, Hohhot 010019, China)

**Abstract:** The construction of tree growth process model is an important part of stand growth and yield models. In order to carry out the mathematical simulation for the growth process of 11 main tree species, 4359 analytical woods were selected to construct the optimal growth process equations of diameter at breast height, tree height and volume based on 25 empirical and theoretical equations, and the chi-square tests were carried out simultaneously. The results showed that power function, Roляcp function, Hossfeld, composite function, exponential function, logarithmic function, S-types and Schumacher function were the optimal models. The selected optimal models could be used to simulate and forecast the growth process of diameter at breast height, tree height and volume for 11 main tree species in northeast China. These models could provide a theoretical basis for the scientific management of stand growth and yield prediction and lay a foundation for studying the optimal growth of the stands.

**Key words:** individual tree; growth model; diameter at breast height; tree height; volume

东北地区森林作为祖国东北边陲天然绿色屏障, 在维护当地生态平衡和改善生态环境发挥着重要作用, 更是全国重要的木材生产基地。因此, 了解该区主要树种单株林木生长动态对当地森林的保护和经营有重要意义。

树木生长包含 3 个基本过程, 即细胞分裂、延长和分化, 其生长规律表现为: 慢—快—慢, 但是树木生长过程中受到本身遗传性状和环境的影响, 不同树种的生长规律表现出明显的差异, 适用的生长模型也有所不同<sup>[1]</sup>。树木生长方程作为描述林木大小随年龄变化的模型, 可以反映树木生长的规律性<sup>[1]</sup>。树木生长规律中关于胸径<sup>[2]</sup>、树高<sup>[3]</sup>、材

积<sup>[4]</sup>、形率<sup>[5]</sup>以及干形方程<sup>[6]</sup>等研究得比较多。目前, 东北地区主要针对云杉(*Picea asperata*)、冷杉(*Abies fabri*)<sup>[7]</sup>、红松(*Pinus koraiensis*)<sup>[8]</sup>和黄花落叶松(*Larix olgensis*)<sup>[9]</sup>进行了该方面的研究, 其他树种研究未见报道。通常生长研究采用的模型主要有逻辑斯蒂(Logistic)方程<sup>[10]</sup>、理查德(Richards)方程、修正威布尔(Weibull)<sup>[11-14]</sup>、斯洛波达(Sloboda)方程<sup>[15]</sup>以及其他树高生长模型<sup>[16]</sup>。本文依据国内外生长模型的文献报道, 发现一些同样能够很好地描述单木主要生长因子随年龄变化的函数。因此, 本研究收集了 25 个最常使用的生长模型作为基础模型, 对东北地区 11 种主要树种的胸径、树高和材积

收稿日期: 2023-05-12

修回日期: 2023-05-26

资助项目: 内蒙古自治区自然科学基金项目(2021MS03096)

作者简介: 刘洋(1984—), 男, 内蒙古乌兰察布人, 博士, 讲师, 从事森林生长收获与模型模拟。E-mail: ly9810@163.com

的生长过程进行了分析,依据拟合和预测性能对模型进行了筛选,以期为指导该区森林经营提供理论依据。

## 1 研究区概况

研究区位于吉林省汪清林业局金沟岭林场(43°22'N,130°10'E)。地貌属低山丘陵,海拔300~1200 m,坡度多在5°~25°。该区属季风型气候,年平均气温3.9℃,年降水量600~700 mm,生长期120 d。土壤多为针叶林灰棕壤,沟谷是草甸土、泥炭土、沼泽土或冲积土,一般为黏壤土类,粒状结构,湿松,根系多,平均厚度40 cm。研究区主要为天然针阔混交过伐林。主要树种有云杉、冷杉、红松、枫桦(*Betula costata*)、椴树(*Tilia tuan*)等,其他树种还有色木槭(*Acer pictum*)、水曲柳(*Fraxinus mandshurica*)、胡桃楸

(*Juglans mandshurica*)、黄檗(*Phellodendron amurense*)、白桦(*Betula platyphylla*)、青楷槭(*Acer tegmentosum*)、花楷槭(*Acer ukurunduense*)、榆树(*Ulmus pumila*)和山杨(*Populus davidiana*)等。人工林栽植树种主要是黄花落叶松<sup>[7]</sup>。

## 2 材料和方法

### 2.1 数据资料

本文所用到解析木数据均来源于吉林省汪清林业局金沟岭林场,在设置的样地中进行采伐时收集到的4359株解析木,其中包括844株云杉、924株冷杉、469株红松、608株椴树、640株色木槭、70株水曲柳、340株枫桦、106株榆树、134株山杨、183株白桦、41株黄花落叶松,并对每株解析木进行树干解析。解析木基本情况见表1。

表1 参与建模的主要树种胸径、树高、材积的最大值、最小值和平均值基本情况

Tab.1 The maximum, minimum and mean values of DBH, height and volume for the main tree species used to test estimated equations

树种	株数/株	胸径/cm		树高/m		材积/m <sup>3</sup>	
		均值±标准误	最小值~最大值	均值±标准误	最小值~最大值	均值±标准误	最小值~最大值
云杉	844	20.4±0.4	3.8~66.0	13.7±0.2	3.3~30.5	0.426 6±0.022 8	0.002 6~4.256 5
冷杉	924	21.7±0.4	3.3~58.7	15.2±0.2	3.0~26.6	0.444 4±0.018 2	0.001 7~3.284 8
红松	469	22.2±0.6	3.5~59.5	13.4±0.2	3.1~28.8	0.460 8±0.028 8	0.002 0~3.385 1
椴树	608	21.0±0.6	3.9~77.0	13.2±0.2	4.7~26.8	0.470 7±0.031 3	0.003 4~4.824 7
色木槭	640	24.5±0.6	3.2~61.5	13.4±0.1	4.6~21.5	0.467 0±0.022 0	0.002 0~2.347 9
水曲柳	70	24.6±2.3	5.2~61.0	16.4±0.6	8.2~25.5	0.710 9±0.117 6	0.007 7~3.089 5
枫桦	340	15.4±0.6	5.0~59.7	14.1±0.2	4.9~25.2	0.231 1±0.024 9	0.006 9~2.951 8
榆树	106	17.4±0.7	4.0~38.4	12.0±0.3	4.6~20.6	0.191 6±0.019 8	0.003 6~0.966 7
山杨	134	20.2±1.4	6.2~61.5	15.3±0.4	5.8~27.5	0.477 1±0.073 6	0.012 6~3.143 3
白桦	183	23.9±1.1	3.3~61.0	16.3±0.4	4.3~24.9	0.588 5±0.054 0	0.002 1~3.089 5
黄花落叶松	41	15.3±1.9	7.3~56.2	13.2±0.7	7.9~26.0	0.279 1±0.095 5	0.018 4~2.981 0

### 2.2 研究方法

将11种主要树种所有林木的实测胸径以2 cm进行径阶整化,再计算出同种树种各个不同径阶的平均年龄;分别以胸径、树高、材积的3倍标准差为范围剔除异常数据,如树高标准差具体公式见下:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum H_{ij}^2 - (\sum H_{ij})^2 / n_i}{n_i - 1}} \quad (1)$$

式中: $S_i$ 为第*i*龄阶树高标准差; $H_{ij}$ 为第*i*龄阶中第*j*株平均木树高( $j=1,2,\dots,n_i$ ); $n_i$ 为第*i*径阶中平均木株数。

采用KaleidaGraph和ForStat 2.0绘制年龄与胸径、树高和材积的散点图,由于用来拟合树木生长过程的曲线类型有很多,根据以往的研究经验和散点图的变化趋势,选择适合的生长曲线。采用SPSS 17.0<sup>[17]</sup>和Origin 8.0对东北地区11种主要树种的胸径、树高和材积的生长过程方程进行拟合,用于拟合

的生长曲线类型见表2。

依据相关系数最大,剩余平方和最小的原则,本文通过经验回归方程法对东北地区主要树种建立其胸径的生长方程,得到最优胸径生长方程。依据相同方法对11种主要树种树高进行拟合并利用卡方分布对所建立的模型进行检验。

$$\text{卡方} = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\hat{y}_i} \quad (2)$$

式中: $y_i$ 为模型因变量测量值, $\hat{y}_i$ 为模型因变量理论值, $n$ 为所选取的样本个数。如果 $P(\text{卡方} < \text{卡方}_{1-\alpha/2}) = P(\text{卡方} > \text{卡方}_{1-\alpha/2}) > 0.05$ 表示模型有较好的适应性,反之亦然。在拟合材积生长方程时,各树种单木材积依据表3中的材积公式<sup>[18]</sup>进行计算,并依据拟合胸径和树高生长方程一样的方法分别对各树种材积生长方程进行拟合。

表 2 主要树种单木基础生长方程  
Tab.2 Based growth faction of the individual tree for the main tree species

名称	模型式	名称	模型式
线性 (Linear) 方程	$y = a + bt$	理查德 (Richards) 方程	$y = a (1 - b \times \exp(-ct))^d$
逻辑斯蒂 (Logistic) 标准型	$y = a / (1 + b \times \exp(-ct))$	二次 (Quadratic) 函数	$y = a + bt + ct^2$
复合 (Composite) 函数	$y = ab^t$	生长 (Growth) 函数	$y = \exp(a + bt)$
对数 (Logarithmic) 函数	$y = a + b \times \ln t$	S 形生长曲线 (S-shaped growth curve)	$y = \exp(a + b/t)$
双曲线 (Hyperbola)	$y = a - b / (t + c)$	幂 (Power) 函数	$y = at^b$
柯列尔 (Роляср) 方程	$y = at^b \times \exp(-ct)$	舒马切尔 (Schumacher)	$y = a \times \exp(-b/t)$
莱瓦科威克 (Levacovic) 方程	$y = a / (1 + bt^{-d})^c$	豪斯费尔德 (Hossfeld)	$y = a / (1 + bt(-c))$
吉田正男 (Yoshida) 方程	$y = a / (1 + bt^{-c}) + d$	修正威布尔 (Weibull)	$y = a (1 - \exp(-bt^c))$
单分子 (Mitscherlich) 式	$y = a (1 - b \times \exp(-ct))$	斯洛波达 (Sloboda) 方程	$y = a \times \exp(-b \times \exp(-ct^d))$
指数 (Exponential) 函数	$y = a + b \times \exp(ct)$	混合型方程 (Mixed type equation)	$\ln y = a - b / (t + c)$
高斯 (Gauss) 函数	$y = a + \frac{b}{d \sqrt{\pi/2}} \times \exp((-2) \times \frac{(t-c)^2}{d^2})$	逻辑斯蒂 (Logistic) 方程	$y = \frac{a-b}{1 + (t/c)^p} + d$
极值 (Extreme) 函数	$y = a + b \times \exp(-e^{(-z)} - z + 1)$ $z = (x - c) / d$	洛伦兹 (Lorentz) 方程	$y = a + \frac{2b}{\pi} \times \frac{d}{4(t-c)^2 + d^2}$

注: y 是调查因子 (胸径、树高或材积), t 是年龄, a, b, c, d 和 p 是参数。

表 3 东北地区主要树种材积方程  
Tab.3 Volume equations of the main tree species in Northeast China

种类	材积公式	适用树种
针叶	$V = 0.000\ 057\ 862D^{1.889\ 2} (40.463 - 117.130 / (D + 28))^{0.987\ 55}$	云杉、冷杉、红松
一阔	$V = 0.000\ 053\ 309D^{1.884\ 52} (32.593 - 578.81 / (D + 17))^{0.998\ 34}$	枫桦、椴树、水曲柳、榆树
二阔	$V = 0.000\ 048\ 841D^{1.840\ 48} (19.481 - 184.13 / (D + 9))^{1.052\ 52}$	色木槭、山杨和白桦
人工林	$V = 0.000\ 084\ 720D^{1.974\ 20} (34.593 - 650.52 / (D + 18))^{0.745\ 62}$	黄花落叶松

注: V 是材积 (m<sup>3</sup>), D 是胸径 (cm)。

### 3 结果与分析

依据表 2 列出的模型对 11 种树种的胸径、树高和材积分别进行拟合, 结果如表 4~9 所示。

表 4~9 是从 25 个基础模型中列出东北地区 11 种主要树种的胸径、树高和材积生长过程决定系数相对比较高且  $P > 0.05$  ( $P$  值越大, 模型的拟合性能越好) 的模型。由表 4 可知, 云杉拟合结果中, 柯列尔模型、幂函数能够同时较好地拟合胸径、树高和材积生长, 特别是幂函数的决定系数相对更高, 分别达到 0.83、0.79 和 0.80, 不过在拟合树高和材积时, S 形曲线的决定系数同样较高。虽然云杉解析木数量相对较多, 但从决定系数来看, 出现 0.70 的情况, 究其原因可能是解析木来自多个不同的样地。枫桦的胸径、树高和材积的拟合过程中决定系数均较云杉高, 特别是材积的拟合结果中, 指数函数、幂函数和柯列尔这 3 个模型的决定系数达到 0.94。

由表 5 可知, 榆树树高的决定系数在 0.62~0.65 之间, 较胸径和材积低。混合型方程、柯列尔方程、幂函数在对胸径、树高和材积拟合中, 精度都较其他模型高, 可以较好地模拟榆树生长过程。山杨树高决定系数较胸径和材积都高, 均高于 0.90, 指数函数可以较好地拟合山杨的胸径、树高和材积生长。

由表 6 可知, 水曲柳胸径和材积在拟合的 25 个模型中, 精度较高的前 5 个模型的决定系数均在 0.90 以

上, 可以很好地模拟水曲柳的生长过程。色木槭与水曲柳精度较高 (决定系数 > 0.78) 的生长过程模型表达式基本一致。特别是舒马切尔和柯列尔方程在模拟水曲柳的材积生长过程时能够解释材积变动的 98%, 为所有树种中决定系数最高。整体来说, 水曲柳胸径和材积的拟合效果是 11 种种中效果最好的。

由表 7 可知, 整体上分析, 黄花落叶松和红松的胸径、树高和材积拟合的决定系数在所有树种中相对较高, 特别是树高决定系数可达 0.91。在黄花落叶松和红松的拟合中虽然柯列尔方程拟合的精度不是最高, 但是无论胸径、树高还是材积, 该方程均适合模拟红松。

由表 8 可知, 冷杉拟合结果中所有决定系数均大于 0.83, 究其原因可能是由于冷杉的解析木数量是所有树种最多的, 这也是模型拟合过程中一个很重要的因素。此外, 决定系数不是很高的水曲柳树高拟合仅列出的 3 个最优模型 (表 6) 中, 舒马切尔精度仅为 0.65; 与山杨和榆树一样, 决定系数出现了精度低于 0.70 的情况, 这可能与山杨、水曲柳与榆树的解析木数量均相对较少有关。白桦的解析木数量相比山杨、水曲柳与榆树多, 胸径、树高和材积的最优模型精度均高于 0.70。

由表 9 可知, 除云杉和冷杉外, 椴树解析木较其他树种数量多, 决定系数也相对较高, 除胸径对数函

数模拟低于 0.80 外,其他均超过 0.80,整体拟合效果比较好,特别是指数函数、柯列尔方程均可以很好

地模拟胸径和材积生长;幂函数可以较好地模拟树高生长。

表4 云杉和枫桦胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.4 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Picea asperata* and *Betula costata*

云杉				枫桦			
模型名称	模型表达式	R <sup>2</sup>	P	模型名称	模型表达式	R <sup>2</sup>	P
幂函数	$D = t^{0.853}$	0.83	0.79	幂函数	$D = t^{0.836}$	0.93	0.35
S形生长曲线	$D = \exp(-50.606/t)$	0.79	0.68	柯列尔方程	$D = 0.259t^{1.104} \exp(-0.003t)$	0.92	0.44
柯列尔方程	$D = 0.211t^{1.115} \exp(-0.003t)$	0.76	0.47	舒马切尔	$D = 59.531 \exp(-62.359/t)$	0.87	0.47
指数函数	$D = -6\ 822.142 + 6\ 826.345 \exp(3.119E-5t)$	0.75	0.55	指数函数	$D = -23\ 744.442 + 23\ 749.503 \exp(9.646E-6t)$	0.87	0.42
对数函数	$D = -53.578 + 17.599 \ln t$	0.74	0.59	对数函数	$D = -46.462 + 16.694 \ln t$	0.86	0.43
对数函数	$H = -19.281 + 7.809 \ln t$	0.77	0.65	对数函数	$H = -6.044 + 5.473 \ln t$	0.89	0.55
幂函数	$H = t^{0.593}$	0.79	0.61	幂函数	$H = t^{0.344}$	0.89	0.67
S形生长曲线	$H = \exp(-36.259/t)$	0.79	0.54	舒马切尔	$H = 23.136 \exp(-18.640/t)$	0.84	0.66
柯列尔方程	$H = 0.797t^{0.693} \exp(-0.002t)$	0.76	0.49	柯列尔方程	$H = 3.357t^{0.396} \exp(-0.001t)$	0.89	0.72
舒马切尔	$H = 25.591 \exp(-41.013/t)$	0.75	0.60	混合型方程	$\ln H = 3.372 - 56.297/(t + 36.430)$	0.89	0.77
S形生长曲线	$V = \exp(-127.010/t)$	0.80	0.49	指数函数	$V = -2.46 + 2.286 \exp(0.003t)$	0.94	0.66
幂函数	$V = t^{2.074}$	0.80	0.38	幂函数	$V = t^{1.933}$	0.94	0.71
指数函数	$V = -1.594 + 1.401 \exp(0.004t)$	0.70	0.19	柯列尔方程	$V = 5.33E-5t^{2.132} \exp(-0.004t)$	0.94	0.57
舒马切尔	$V = 5.065 \exp(-215.059/t)$	0.70	0.27	舒马切尔	$V = 5.073 \exp(-198.17/t)$	0.92	0.49
柯列尔方程	$V = 5.239 \times 10^{-6} t^{2.678} \exp(-0.007t)$	0.70	0.29	混合型方程	$\ln V = -47.246 - 203\ 343.693/(t - 4470.939)$	0.82	0.50

注:云杉和枫桦的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为 5~220 a 和 11~200 a。R<sup>2</sup> 表示决定系数;P 值表示模型对实际调查数据的拟合优度(P 值越大表示模型拟合性能越好)。下同。

表5 榆树和山杨胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.5 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Ulmus pumila* and *Populus davidiana*

榆树				山杨			
模型名称	模型表达式	R <sup>2</sup>	P	模型名称	模型表达式	R <sup>2</sup>	P
柯列尔方程	$D = 0.43t^{0.837} \exp(-7.514E-5t)$	0.81	0.58	豪斯费尔德	$D = 8.05/(1 + 0.1t(-0.118))$	0.74	0.34
混合型方程	$\ln D = 4.705 - 322.666/(t + 91.719)$	0.81	0.48	指数函数	$D = 10.176 + 0.265 \exp(0.07t)$	0.73	0.22
指数函数	$D = -2\ 066.017 + 2\ 068.975 \exp(8.336E-5t)$	0.80	0.33	柯列尔方程	$D = 29.178t^{-0.616} \exp(0.041t)$	0.70	0.19
幂函数	$D = t^{0.869}$	0.80	0.19	混合型方程	$\ln D = 1.626 - 58.116/(t - 94.373)$	0.74	0.41
对数函数	$D = -47.573 + 14.955 \ln t$	0.77	0.46				
对数函数	$H = -5.711 + 4.077 \ln t$	0.64	0.30		$H = 13.179 + 5.712 \exp(-e^{-z} - z + 1)$	0.93	0.70
幂函数	$H = t^{0.344}$	0.65	0.44	极值函数	$z = (t - 63.966)/20.889$		
舒马切尔	$H = 16.982 \exp(-25.451/t)$	0.62	0.40	逻辑斯蒂标准型	$H = \frac{13.200 - 19.367}{1 + (t/44.172)^{6.731}} + 19.367$	0.93	0.57
柯列尔方程	$H = 1.890t^{0.446} \exp(-0.001t)$	0.64	0.36	高斯函数	$H = 20.3 + \frac{-458.66}{49.6 \sqrt{\pi/2}} \times \exp((-2) \times \frac{(t-17.9)^2}{49.6^2})$	0.91	0.59
混合型方程	$\ln H = 3.026 - 63.913/(t + 40.690)$	0.65	0.51	指数函数	$H = 6.691 + 4.280 \exp(0.015\ 3t)$	0.90	0.62
指数函数	$V = -1.011 + 0.903 \exp(0.003t)$	0.80	0.92	指数函数	$V = 0.071 + 0.001 \exp(0.1t)$	0.77	0.44
幂函数	$V = t^{2.045}$	0.80	0.80	柯列尔方程	$V = 4.923t^{-2.184} \exp(0.112t)$	0.76	0.35
柯列尔方程	$V = 4.386E-6t^{2.517} \exp(-0.006t)$	0.80	0.74	豪斯费尔德	$V = 0.063/(1 + 0.118t(-0.121))$	0.74	0.25
混合型方程	$\ln V = 1.268 - 373.072/(t + 40.916)$	0.80	0.77				
舒马切尔	$V = 2.027 \exp(-205.554/t)$	0.79	0.68				

注:榆树和山杨的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为 30~140 a 和 13~70 a。



表 6 水曲柳和色木槭胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.6 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Fraxinus mandshurica* and *Acer pictum*

		水曲柳				色木槭			
	模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$		模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$
胸径	柯列尔方程	$D = 0.224t^{1.144} \exp(-0.006t)$	0.94	0.77	柯列尔方程	$D = 0.194t^{1.086} \exp(-0.003t)$		0.84	0.66
	舒马切尔	$D = 34.397 \exp(-41.04/t)$	0.92	0.91	指数函数	$D = -4\ 254.439 + 4\ 257.931 \exp(3.969E-5t)$		0.83	0.71
	对数函数	$D = -27.411 + 10.831 \ln t$	0.91	0.67	幂函数	$D = t^{0.763}$		0.82	0.46
	幂函数	$D = t^{0.768}$	0.90	0.46	舒马切尔	$D = 41.661 \exp(-64.746/t)$		0.80	0.11
	指数函数	$D = -6\ 115.851 + 6\ 120.079 \exp(2.983E-5t)$	0.90	0.66					
树高	柯列尔方程	$H = t^{-0.996} \exp(0.942t)$	0.82	0.58	对数函数	$H = -4.893 + 3.971 \ln t$		0.76	0.22
	舒马切尔	$H = 18.867 \exp(-13.343/t)$	0.65	0.37	幂函数	$H = t^{0.337}$		0.78	0.20
	S 形生长曲线	$H = \exp(-14.698/t)$	0.72	0.39	生长函数	$H = \exp(0.004t)$		0.72	0.61
					指数函数	$H = -2\ 359.328 + 2\ 367.331 \exp(2.129E-5t)$		0.73	0.30
					柯列尔方程	$H = 2.209t^{0.410} \exp(-0.001t)$		0.77	0.54
材积	舒马切尔	$V = 0.905 \exp(-0.017/t)$	0.98	0.71	舒马切尔	$V = 1.323 \exp(-171.716/t)$		0.82	0.33
	柯列尔方程	$V = 5.433E-6t^{2.757} \exp(-0.006t)$	0.98	0.56	柯列尔方程	$V = 1.104E-7t^{3.526} \exp(-0.017t)$		0.82	0.27
	指数函数	$V = -49.497 + 49.425 \exp(7.794E-5t)$	0.97	0.88	指数函数	$V = -1.402 + 1.321 \exp(0.002t)$		0.80	0.38
	幂函数	$V = t^{1.794}$	0.95	0.43	幂函数	$V = t^{1.659}$		0.78	0.54
	对数函数	$V = -0.696 + 0.218 \ln t$	0.90	0.56					

注:水曲柳和色木槭的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为 17~140 a 和 11~200 a。

表 7 黄花落叶松和红松胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.7 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Larix olgensis* and *Pinus koraiensis*

		黄花落叶松				红松			
	模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$		模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$
胸径	复合函数	$D = 1.044t$	0.90	0.45	幂函数	$D = t^{0.813}$		0.85	0.56
	柯列尔方程	$D = 0.066t^{1.711} \exp(-0.01t)$	0.87	0.17	柯列尔方程	$D = 0.126t^{1.273} \exp(0.005t)$		0.85	0.72
	指数函数	$D = -45.715 + 43.568 \exp(0.012t)$	0.86	0.64	舒马切尔	$D = 56.034 \exp(-68.304/t)$		0.82	0.49
	舒马切尔	$D = 70.621 \exp(-42.349/t)$	0.85	0.49	指数函数	$D = -12\ 708.084 + 12\ 713.159 \exp(1.609E-5t)$		0.80	0.17
	混合型方程	$\ln D = -24.34 + 18\ 270.152 / (t - 705.701)$	0.85	0.28	对数函数	$D = -47.353 + 16.32 \ln t$		0.80	0.46
树高	复合函数	$H = 1.06 \times 1.028^t$	0.91	0.91	幂函数	$H = t^{0.565}$		0.89	0.38
	生长函数	$H = \exp(0.027t)$	0.91	0.77	对数函数	$H = -14.858 + 6.632 \ln t$		0.90	0.17
	幂函数	$H = t^{0.826}$	0.89	0.65	舒马切尔	$H = 22.704 \exp(-35.053/t)$		0.89	0.46
	指数函数	$H = -20.108 + 24.271 \exp(0.012t)$	0.88	0.81	柯列尔方程	$H = 0.551t^{0.802} \exp(-0.003t)$		0.91	0.26
	柯列尔方程	$H = 2.384t^{0.403} \exp(0.015t)$	0.88	0.74	混合型方程	$\ln H = 3.283 - 62.602 / (t + 19.671)$		0.91	0.32
材积	柯列尔方程	$V = 1.07E-12t^{8.893} \exp(-0.156t)$	0.85	0.64	柯列尔方程	$V = 4.908E-7t^{3.329} \exp(-0.014t)$		0.84	0.24
	舒马切尔	$V = 5.358 \exp(-109.803/t)$	0.84	0.46	舒马切尔	$V = 3.071 \exp(-170.501/t)$		0.84	0.44
	指数函数	$V = -0.253 + 0.131 \exp(0.038t)$	0.82	0.51	幂函数	$V = t^{2.060}$		0.84	0.41
	混合型方程	$\ln V = -40.057 - 19\ 370.691 / (t - 538.944)$	0.78	0.27	指数函数	$V = -243.537 + 243.305 \exp(3.184E-5t)$		0.81	0.62
	对数函数	$V = -1.518 + 0.51 \ln t$	0.73	0.34	混合型方程	$\ln V = 0.21 - 67.457 / (t - 17.095)$		0.71	0.58

注:黄花落叶松和红松的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为 17~50 a 和 8~260 a。

表8 白桦和冷杉胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.8 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Betula platyphylla* and *Abies fabri*

		白桦				冷杉		
模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$	模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$	
胸径	豪斯费尔德	$D = 11.922 / (1 + 0.053t(-0.1))$	0.73	0.68	幂函数	$D = t^{0.813}$	0.89	0.22
	指数函数	$D = 7.386 + 4.035 \exp(0.016t)$	0.72	0.84	指数函数	$D = -3 519.992 + 3 523.656 \exp(6.838E-5t)$	0.88	0.32
	柯列尔方程	$D = 9.765t^{0.002} \exp(0.011t)$	0.71	0.69	柯列尔方程	$D = 0.37t^{0.976} \exp(-0.002t)$	0.88	0.29
				复合函数	$D = 1.011t'$	0.85	0.34	
				舒马切尔	$D = 56.813 \exp(-65.191/t)$	0.83	0.37	
树高	逻辑斯蒂标准型	$H = \frac{-4 573.34 - 19.03}{1 + (t/0.008)^{0.819}} + 19.03$	0.73	0.46	幂函数	$H = t^{0.503}$	0.89	0.07
	指数函数	$H = 17.108 + 12.248 \exp(-0.040t)$	0.73	0.37	柯列尔方程	$H = 1.307t^{0.603} \exp(-0.001t)$	0.88	0.42
	洛伦兹方程	$H = 17.6 + \frac{37 558.3}{\pi} \times \frac{3.766}{4(t+22.7)^2 + 3}$	0.72	0.38	混合型	$\ln H = 3.661 - 114.742 / (t + 53.894)$	0.88	0.48
	高斯函数	$H = 17.073 + \frac{-1.201}{298.675 \sqrt{\pi/2}} e^{-2}$	0.71	0.45	对数函数	$H = -16.162 + 7.532 \ln t$	0.87	0.51
	极值函数	$H = -109.893 + 126.974 \exp(-e^{-(t-93.103)/268.167})$	0.68	0.50	指数函数	$H = -3 316.125 + 3 323.997 \exp(3.016E-5t)$	0.85	0.40
材积	指数函数	$V = 0.064 + 0.024 \exp(0.028t)$	0.83	0.44	柯列尔方程	$V = 1.851E-5t^{2.34} \exp(-0.004t)$	0.89	0.17
	混合型方程	$\ln V = -5.651 - 984.635 / (t - 306.958)$	0.83	0.12	幂函数	$V = t^{1.874}$	0.89	0.70
	柯列尔方程	$V = 0.124t^{-0.259} \exp(0.026t)$	0.82	0.09	指数函数	$V = -0.669 + 0.545 \exp(0.009t)$	0.88	0.30
					舒马切尔	$V = 5.471 \exp(-214.445/t)$	0.87	0.31
					混合型方程	$\ln V = -40.65 - 101 369 / (t - 2 630.85)$	0.83	0.57

注:白桦和冷杉的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为17~110 a和15~200 a。

表9 椴树胸径、树高和材积的生长过程方程及其模型检验

Tab.9 Growth process equations and model test for DBH, height and volume of *Tilia tuan*

模型名称	模型表达式	$R^2$	$P$	
指数函数	$D = -113.912 + 117.959 \exp(0.002t)$	0.83	0.49	
柯列尔方程	$D = 1.173t^{0.593} \exp(0.003t)$	0.83	0.14	
胸径	混合型方程	$\ln D = 5.538 - 601.829 / (t + 154.944)$	0.83	0.18
	幂函数	$D = t^{0.767}$	0.81	0.33
	对数函数	$D = -37.164 + 13.357 \ln t$	0.74	0.45
树高	幂函数	$H = t^{0.388}$	0.84	0.33
	舒马切尔	$H = 25.946 \exp(-32.666/t)$	0.83	0.42
	柯列尔方程	$H = 3.002t^{0.331} \exp(-0.000 1t)$	0.82	0.26
	混合型方程	$\ln H = 3.487 - 144.774 / (t + 86.642)$	0.81	0.41
	指数函数	$H = -1 943.192 + 1 950.88 \exp(3.640E-5t)$	0.80	0.36
材积	指数函数	$V = -0.236 + 0.195 \exp(0.011t)$	0.85	0.55
	柯列尔方程	$V = t^{1.475} \exp(0.004t)$	0.85	0.57
	幂函数	$V = t^{1.841}$	0.82	0.93
	混合型方程	$\ln V = -44.214 - 117 127.701 / (t - 2 822.893)$	0.81	0.52
	舒马切尔	$V = 4.094 \exp(-239.192/t)$	0.80	0.60

注:椴树的胸径、树高和材积生长方程自变量的适用范围分别为4~220 a。

#### 4 讨论

本文建立的各种树种胸径、树高和材积的生长过程模型,形式不复杂,便于今后推广应用。所建立的模型适用于中国东北部中温带混交林经营区的主要

优势树种,可为今后东北森林的本底调查、经营管理提供一定的参考。云杉和冷杉的胸径、树高、材积的最优生长模型是幂函数;在模拟红松的胸径、树高、材积的生长过程中幂函数模拟效果同样也很好。该结果与张志伟等<sup>[19]</sup>模拟长白山地区云杉、冷杉、红

松的材积生长模型不一致;与苏姗姗<sup>[20]</sup>模拟金沟岭林场主要针叶树种生长的结果相一致,其结果得出效果最好的是二次函数,幂函数也具有一定的优势,究其原因,主要是选择的基础模型相同,且均以年龄为自变量。而张志伟等<sup>[19]</sup>选择的一元材积是以胸径代替年龄作为自变量。因此,最优模型出现差异的主要原因可能与选取的基础模型有关。椴树树高最优模型是幂函数,这与狄文彬等<sup>[21]</sup>对椴树树木生长过程的模拟结果一致,原因是狄文彬等<sup>[21]</sup>使用的同样是吉林省汪清县金沟岭林场收集的38株椴树解析木数据,这也侧面证明本文数据处理与模型模拟过程均可靠。白桦树高最优模型是Logistic方程,与张向龙<sup>[22]</sup>的研究结果不一致,张向龙<sup>[22]</sup>研究的材积最优模型是Logistic方程,究其原因可能是样本量与建模样木涵盖的年龄不同有关,因为张向龙<sup>[22]</sup>研究中仅使用了16株样木且样木年龄仅涵盖了幼龄林和中龄林,而本文使用了183株白桦样木数据,且涵盖了白桦幼龄林、中龄林、近熟林、成熟林和过熟林整个生长阶段(17~110 a),本文数据量大且包括不同龄组的数据,结果更可靠。此外,本文建立了东北地区主要树种的胸径、树高、材积生长过程模型,所以选择以年龄为自变量进行模拟,即模拟各树种随着年龄的增长,胸径、树高、材积的变化过程,不是单独地模拟某个树种的材积变化过程,这也是不选择胸径为自变量的主要原因。

本研究建模所使用数据量尽管在统计上达到大样本的要求,但是水曲柳和黄花落叶松解析木或标准木的数据量仍有限,因此进一步的研究需要更多数据的支持。另外,本文所选出的最优模型适用于东北地区11个主要树种胸径、树高和材积生长过程的模拟与预测。同时,对比不同树种的生长过程,也可为单木和林分的生长过程调整提供参考意见。

## 5 结论

本文利用11种树种的解析木数据,分别对每个树种的25个基础模型依次拟合了胸径、树高和材积模型,建立了东北地区11种主要树种的胸径、树高和材积的最优生长过程方程。研究发现幂函数、柯列尔方程、豪斯费尔德、复合函数、指数函数、对数函数、极值函数、S形生长曲线、舒马切尔、生长函数对11种主要树种的拟合效果较好。所建立的模型可用于东北地区11种主要树种胸径、树高和材积的未来生长动态的预测,为研究林分最优生长和收获预估奠定了基础。本研究只是研究方法,生长过程模型的建立也适用于其他相似树种。

## 参考文献:

[1] 孟宪宇. 测树学:第3版[M]. 北京:中国林业出版社,2006.

- [2] ADAME P, DEL R M, CANELLAS I. A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) [J]. Forest Ecology and Management, 2008, 256(1/2): 88-98.
- [3] TEWARI V P, KISHAN K V S. Development of top height model and site index curves for *Azadirachta indica* A. juss [J]. Forest Ecology and Management, 2002, 165(1/3): 67-73.
- [4] WEI Y, MAO X Z, CHEUNG K F. Well-Balanced Finite-Volume Model for Long-Wave Runup [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2006, 132(2): 114-124.
- [5] 曾意纯, 潘锦祥. 形率法测算单株立木材积公式选用[J]. 湖南环境生物职业技术学院学报, 2002, 8(3): 170-171, 185.
- [6] MAKINEN H, ISOMAKI A. Thinning intensity and long-term changes in increment and stem form of Norway spruce trees [J]. Forest Ecology and Management, 2004, 201(2): 295-309.
- [7] LIU Y, BLANCO J A, WEI X, et al. Determining suitable selection cutting intensities based on long-term observations on aboveground forest carbon, growth, and stand structure in Changbai Mountain, Northeast China [J]. Scandinavian Journal of Forest Research, 2014, 29(5): 436-454.
- [8] 王森, 代力民, 姬兰柱, 等. 长白山阔叶红松林主要树种对于干旱胁迫的生态反应及生物量分配的初步研究[J]. 应用生态学报, 2001, 12(4): 496-500.
- [9] 于大炮, 王顺忠, 唐立娜, 等. 长白山北坡落叶松年轮表及其与气候变化的关系[J]. 应用生态学报, 2005, 16(1): 14-20.
- [10] THROWER J S, GOUDIE J W. Estimating dominant height and site index of even-aged Interior Douglas-fir in British Columbia [J]. Western Journal of Applied Forestry, 1992, 7(1): 20-25.
- [11] PAYANDEH B, WANG Y H. Modified site index equations for major Canadian timber species [J]. Forest Ecology and Management, 1994, 64(1): 97-101.
- [12] WANG G G, KLINKA K. Site-specific height curves for white spruce (*Picea glauca* [Moench] Voss) stands based on stem analysis and site classification [J]. Annals of Forest Science, 1995, 52: 607-618.
- [13] NIGH G D, SIT V. Validation of forest height-age models [J]. Canadian Journal of Forest Research, 1996, 26(5): 810-818.
- [14] CHEN H Y H, KLINKA K, KABZEMS R D. Height growth and site index models for trembling aspen (*Populus tremuloides* Michx.) in northern British Columbia [J]. Forest Ecology and Management, 1998, 102(2): 157-165.
- [15] 王丽梅, 潘辉, 魏建文. Sloboda 树高生长模型在火炬松人工林中的应用研究[J]. 北华大学学报(自然科学版), 2004, 5(2): 159-161.
- [16] PALAHI M, PUKKALA T, KASIMIADIS D, et al. Modelling site quality and individual-tree growth in pure and mixed *Pinus brutia* stands in north-east Greece [J]. Annals of Forest Science, 2008, 65(5): 501/1-501/14.
- [17] 冯力. 回归分析方法原理及SRSS实际操作[M]. 北京:中国金融出版社, 2004.
- [18] 刘琪璟, 孟盛旺, 周华, 等. 中国立木材积表[M]. 北京:中国林业出版社, 2017.
- [19] 张志伟, 亢新刚, 杨华, 等. 长白山3个主要针叶树种材积方程的研究[J]. 西北林学院学报, 2010, 25(4): 144-150.
- [20] 苏姗姗. 金沟岭林场主要针叶树种生长研究[D]. 北京:北京林业大学, 2006.
- [21] 狄文彬, 郑小贤. 东北过伐林椴树生长过程与生长模型的研究[J]. 江西林业科技, 2006(1): 3-4, 9.
- [22] 张向龙. 内蒙古大兴安岭白桦次生林结构和生长规律研究[D]. 呼和浩特:内蒙古农业大学, 2022.