DOI：10.11779/CJGE202109004

EPS 颗粒混合轻量土的动变形特性及修正 Hardin-Drnevich 模型研究

侯天顺，崔奕翔

（西北农林科技大学水利与建筑工程学院，陕西 杨凌 712100）

摘 要：为探究 EPS 颗粒混合轻量土的动变形特性，通过动三轴试验研究了不同配比、围压对轻量土骨干曲线、Hardin-Drnevich 模型参数的影响规律，建立了修正 Hardin-Drnevich 模型，并对修正模型进行了验证。结果表明：轻量土的骨干曲线呈现出明显的非线性特性与应变硬化特征。轻量土动剪切模量的倒数与剪应变关系曲线符合线性递增的变化规律，其动变形特性可以由 Hardin-Drnevich 模型描述。最大动剪切模量的倒数和最大动剪应力的倒数随着围压和水泥掺量的增大而减小，随 EPS 颗粒体积比的增大而增大。在 Hardin 公式的基础上，引入相对结构度 k 和广义孔隙比 e'，提出了模型参数的表达式，建立了修正 Hardin-Drnevich 模型。通过改变应力状态和应力路径对轻量土进行动三轴验证试验，发现模型计算值与试验值间的相对误差均小于 11%，修正 Hardin-Drnevich 模型对轻量土骨干曲线的预测结果良好，这表明修正 Hardin-Drnevich 模型可以描述轻量土特殊结构性在复杂受力条件下的动力响应。

关键词：轻量土；动变形特性；修正 Hardin-Drnevich 模型；相对结构度；广义孔隙比；动三轴试验

中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)09－1602－10

作者简介：侯天顺(1981—)，男，湖北省郧西县人，博士，副教授，主要从事岩土力学、地基基础工程与地质灾害防治方面的教学与科研工作。E-mail: houtianshunyx@sina.com。

Dynamic deformation characteristics and modified Hardin-Drnevich model for light weight soil mixed with EPS particles

HOU Tian-shun, CUI Yi-xiang

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: To investigate the dynamic deformation characteristics of light weight soil mixed with EPS particles, the influences of different mixed ratios and confining pressures on the backbone curve and the parameters of Hardin-Drnevich model for light weight soil are studied through the dynamic triaxial tests, and the modified Hardin-Drnevich model is established and verified. The results show that the backbone curve of light weight soil exhibits obvious nonlinear and strain-hardening characteristics. The relationship between reciprocal of dynamic shear modulus and shear strain of light weight soil increases linearly, indicating that the dynamic deformation characteristics of light weight soil can be described by the Hardin-Drnevich model. The reciprocal of the maximum dynamic shear modulus and that of the maximum dynamic shear stress decrease with the increase of confining pressure and cement content, and increase with the increase of volume ratio of EPS particles. On the basis of the Hardin formula, the expression for model parameters is proposed by introducing the relative structure k and the generalized pore ratio e', and the modified Hardin-Drnevich model is established. By changing the stress state and stress path, the relative error between the calculated value and the test value is less than 11%. The predicted results by the modified Hardin-Drnevich model for the backbone curves of light weight soil are good, which shows that the modified Hardin-Drnevich model can describe the dynamic response of the special structure of light weight soil under complex stress conditions.

Key words: light weight soil; dynamic deformation characteristic; modified Hardin-Drnevich model; relative structural degree; generalized void ratio; dynamic triaxial test

0 引 言

轻量土由原料土、轻质材料、固化材料用水拌合而成，可以根据实际工程需求调节强度和变形模量[1-4]。

基金项目：国家自然科学基金项目（51509211）；中国博士后基金项目（2016M602863）；陕西省留学人员科技活动择优资助项目（2018031）；陕西省社会发展科技攻关项目（2015SF260）；陕西省博士后基金项目（2017BSHYDZZ50）；杨凌示范区科技计划项目（2016GY-01）；中央高校基本科研业务费专项资金项目（2452020169）

收稿日期：2020－10－25

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

将 EPS（发泡聚苯乙烯）轻质材料应用于道路工程领域始于挪威。1965 年，在路面下铺设了 5～10 cm 厚的 EPS 板作为隔温层，以满足严寒季节对道路防冻的要求。1972 年，挪威道路研究所首次将 EPS 块作为填土置换层，解决了与桥台相接路堤过度沉降的问题。1985 年，在奥斯陆召开的国际道路会议上首次公开了利用 EPS 轻质材料进行减荷回填的施工技术，从此 EPS 轻质材料在瑞典、法国、加拿大、日本等国的道路工程中也得到了广泛应用，并取得了许多成功经验。当轻量土应用于高速公路、铁路路基时，预测轻量土在循环荷载下的动力变形就显得尤为重要。岩土工程领域通常依据动剪切模量 G_d 随动剪应变 γ_d 的变化规律建立动力本构模型，定量表达土的动力变形特性。

动力本构模型大致可分为黏弹性模型和弹塑性模型两大类。黏弹性模型将土体等效为黏弹性体，基于 Seed 提出的等价线性方法近似考虑土体动应力－应变关系的非线性特征，Hardin-Drnevich 模型就是一种典型的黏弹性模型[5-6]。1970 年，Seed 等[7]对土体进行了剪切波速试验、标准贯入试验，得到了不同种类的土体的最大动剪切模量 G_{max} 的经验值。研究发现当土体的种类不同时，代入 Hardin 经验公式中的参数值也是不同的，并给出了几种典型土体的参数经验取值。1972 年，Hardin 等[8-9]对饱和黏性土进行了 10^5 次的动力循环试验，经过计算发现其动应力－动应变关系曲线呈双曲线型，并建立了重塑饱和黏性土、原状饱和黏性土和砂的动剪切模量和阻尼比计算公式。通过对比原状土和扰动土的拟静态剪切仪与共振柱的试验结果，发现土体的动剪切模量衰减速率和阻尼比增长速率受有效平均主应力、饱和度和动力循环次数的共同影响。

中国学者对于 Masing 类模型和 Hardin-Drnevich 模型也进行了深入的研究。1982 年，胡文尧等[10]对天津地区的原状饱和黏土的动剪切模量和阻尼比进行了研究，发现双曲线模型在一定动剪应变范围内的预测精度很高，土体的最大动剪应力和最大阻尼比的取值范围与平均有效固结应力有关，并建立了最大动剪切模量的经验公式。1983 年，郑大同等[11]基于 Masing 准则对 Iwan 模型进行了一定程度的简化以适用于土体在不同受力条件下的动变形特性。当滞回曲线中的加载系数 ξ_1 和卸载系数 ξ_2 都为 1 时，骨干曲线便退化为 Masing 的双曲线模型表达式。1995 年，陈国兴等[12-14]验证了利用最大动剪切模量的经验公式和 Hardin-Drnevich 公式对无黏性土、黏性土进行计算是可行的，并指出动剪切模量的衰减速度随塑性指数 I_p 的增加而减小，给出了不同塑性指数土体的动剪切模量比－剪应变关系曲线和阻尼比－剪应变关系曲线。大量验证试验发现，由于室内试验点的离散性，在实际工程场地直接应用动剪切模量比均值曲线进行预测存在一定偏差。2005 年，Yuan 等[15-16]针对 Hardin-Drnevich 模型无法合理描述非等向固结条件下的动应力－应变关系的问题，采用共振柱试验方法，对试验结果用 Konder 表达式进行回归分析，以幂函数形式建立了非均等固结条件下最大动剪切模量相对于均等固结条件下最大动剪切模量的增量公式。雷华阳等[17]基于动三轴试验总结了不同振动波形对土体动本构模型参数的影响规律，发现半正弦波条件下的最大动弹性模量 E_{dmax} 和最大动剪切模量 G_{dmax} 分别为正弦波条件下的 2.5 倍左右。2017 年，孙锐等[18]通过改良低温共振柱仪，研究了季节性冻土地区典型土类的动剪切模量和阻尼比随低温变化的规律，模拟实际的固结压力和冻结过程，并引入温度影响系数概念，提出了负温条件下土的动剪切模量和阻尼比的修正公式。

对 EPS 颗粒混合轻量土的大量研究表明[19]，轻量土与常规土体有共性，但由于轻量土各成分含量以及材料性质的差异，其模型参数的取值还有待进一步研究，目前还未能建立轻量土统一、完善的动力本构模型。许多学者基于常规土体动力本构模型进行了验证和改造，以期在修正模型中融入配比和试验条件等变量，从而反映复杂循环荷载作用下轻量土的动力变形特性。为了反映轻量土胶结结构随配比变化的特性，研究动荷载作用下胶结结构随动剪应变发展而逐渐破损的效应，黎冰[20]将修正系数 k 与动剪应变相结合，对 Hardin-Drnevich 模型进行修正。根据动剪切模量比－动剪应变关系曲线，阻尼比－动剪应变关系曲线，利用反分析法确定各配比轻量土的修正系数 k。由求得的修正系数 k 分析其影响因素，最终归纳总结了 k 的计算方法。Gao 等[21-23]对不同配比轻量土进行动三轴试验，详细讨论了循环应力、割线动弹性模量随动应变、动力循环次数的变化规律，并揭示了循环次数 N_f 与轻量土强度之间的内在关系。针对动三轴试验在测定小应变时的不足，又利用 GDS 空心圆柱扭剪仪对 EPS 颗粒混合轻量土在小变形条件下的动力特性展开了研究，发现围压和水泥掺量对动剪切模量比 G/G_{max} 和阻尼比 λ 存在着较为明显的影响，EPS 颗粒含量越多，归一化曲线越平缓。在此基础上提出了轻量土动剪切模量衰减和阻尼比增长的经验模型，建立了轻量土的结构阻尼效应理论。Hou 等[24]基于轻量土的动三轴试验结果，发现轻量土具有优越的动力承载能力，其骨干曲线符合双曲线型。当振动频率从 0.5 Hz 增大到 6 Hz 时，动荷载加载速率增大，孔隙水压力和变形的发展会受到较大的制约。当动应变相同时，轻量土的动应力随水泥含量的增加和 EPS 颗粒含量的降低而增

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 1 土的物理性质指标

Table 1 Physical properties of soil

天然含水率 w/%	相对质量密度 G_s	天然密度 ρ/(g·cm^{-3})	塑限 w_P/%	液限 w_L/%	塑性指数 I_P	液性指数 I_L	孔隙比 e	有机质 /%
19.75	2.72	1.702	21.27	33.62	12.35	−0.123	0.91	<5

大。通过改变应力状态进行模型验证，发现骨干曲线的模型计算值与实测值之间的相对误差皆小于 15%，说明轻量土的非线性动力响应可以用 Hardin-Drnevich 模型描述。

不同配比轻量土的结构性有所不同，动荷载条件下的细观破坏机理存在差异，但不同配比轻量土的应力－应变－强度－时间等宏观力学行为可能是一致的。目前在轻量土动力本构模型方面，为了提高模型的预测精度，往往将配比考虑为独立变量，这会使得本构模型参数计算过程更为复杂。为建立不同配比轻量土在复杂应力状态下动力本构模型的统一表达式，本文基于固结不排水动三轴试验结果，分析 Hardin-Drnevich 模型参数受轻量土配比和加载条件的影响规律。在 Hardin 公式基础上引入相对结构度 k 和广义孔隙比 e'，建立修正 Hardin-Drnevich 模型，将轻量土模型参数的变化规律用统一公式定量表达。通过改变试验应力状态和应力路径，验证修正 Hardin-Drnevich 模型对轻量土的适用性。这将为轻量土在实际工程中的应用提供重要的理论支持。

1 试验方法及内容

1.1 试验材料

原料土为陕西杨凌地区黄土，取土深度 8～10 m，呈黄褐色，属于 Q_3 黄土。土的物理性质指标如表 1 所示，根据塑性图定名为低液限粉质黏土[25]。根据粒径级配累积曲线，其不均匀系数 C_u=8.77，曲率系数 C_c=1.46，土体级配良好。轻质材料选用粒径为 1～3 mm 的 EPS 颗粒，堆积密度为 0.0205 g/cm^3，纯颗粒密度为 0.0329 g/cm^3。固化剂采用盾石牌冀东复合硅酸盐水泥，强度等级为 32.5，相对质量密度 3.12，松散堆积密度为 1.024 g/cm^3，密实堆积密度为 1.550 g/cm^3。水为普通自来水。

1.2 试样制备

将土烘干、碾碎并过 2 mm 筛，放入通风环境中保存。轻量土试样的制备方式如下：①根据试验方案中的配比，称取一定质量的干土、水泥和 EPS 颗粒。②将干土与水泥混合均匀，在混合物中加入目标质量的水，充分搅拌至均匀的泥浆状混合物。最后加入 EPS 颗粒充分搅拌 3 min，直至形成均匀的混合物。③采用浇筑法将其分层填入直径为 39.1 mm，高为 80.0 mm 的三瓣模具中。④浇筑完成后将土样放入标准养护箱（温度 20±2℃，湿度>95%）中，养护 3 d 后脱模，最终养护至 28 d。

素土制样方法依据《土工试验方法标准》（GB/T50123—2019）[25]，采用标准轻型击实，将土体分三层击入直径为 39.1 mm，高为 80.0 mm 的三瓣模中。为方便脱模，将凡士林均匀薄涂于三瓣模内壁。击实锤的质量为 300.61 g，落距为 26.5 cm，击实功为 592.2 kJ/m³，经计算每层击实 24 次。制成的素土试样无需养护。

1.3 试验方案与内容

将带有饱和器的轻量土和素土试样抽真空 1 h，浸水饱和 24 h，然后开展固结不排水动三轴试验。试验方案如表 2 所示，其中 EPS 颗粒掺入比 a_e，水泥掺入比 a_c 和含水率 w 都以干土质量为基准计算。定义 EPS 颗粒掺入比 $a_e=m_e/m_s\times100\%$，其中 m_e 为 EPS 颗粒质量；水泥掺量 $a_c=m_c/m_s\times100\%$，其中 m_c 为水泥的质量；含水率 $w=m_w/m_s\times100\%$，其中 m_w 为水的质量；EPS 颗粒体积掺入比 $b_e=V_e/V\times100\%$，其中 V_e 为 EPS 颗粒体积，V 为试样总体积。

表 2 轻量土动三轴试验方案

Table 2 Dynamic triaxial test schemes of light weight soil

影响因素	方案一	方案二	方案三
EPS 颗粒体积掺入比 b_e/%	20，30，40，50，60	40	0
水泥掺入比 a_c/%	10	10，15，20	0
含水率 w/%	50	50	21.3
龄期 T/d	28	28	0
固结压力 σ_c/kPa	50，100，150，200	50，100，150，200	50，100，150，200
固结应力比/K_c	1.0	1.0	1.0
振动频率 f/Hz	1	1	1
动剪应力比/s	0.075	0.075	0.075

试验仪器为西安力创公司生产的 STD-20 型土动三轴仪，为尽可能模拟不同路基深度处的固结压力，围压选取 50，100，150，200 kPa，采用等压固结的方式。动荷载波形为正弦波型，振动频率选取 1 Hz，以模拟交通荷载中常见的车辆荷载引起地基土振动的频率值。加载方式采用应力控制式，动剪应力比 $s=\sigma_d/2\sigma_c$，其中 σ_d 为动应力，σ_c 为围压。逐级加荷，每级振动 10 周，以 5%动应变作为轻量土的破坏标准。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

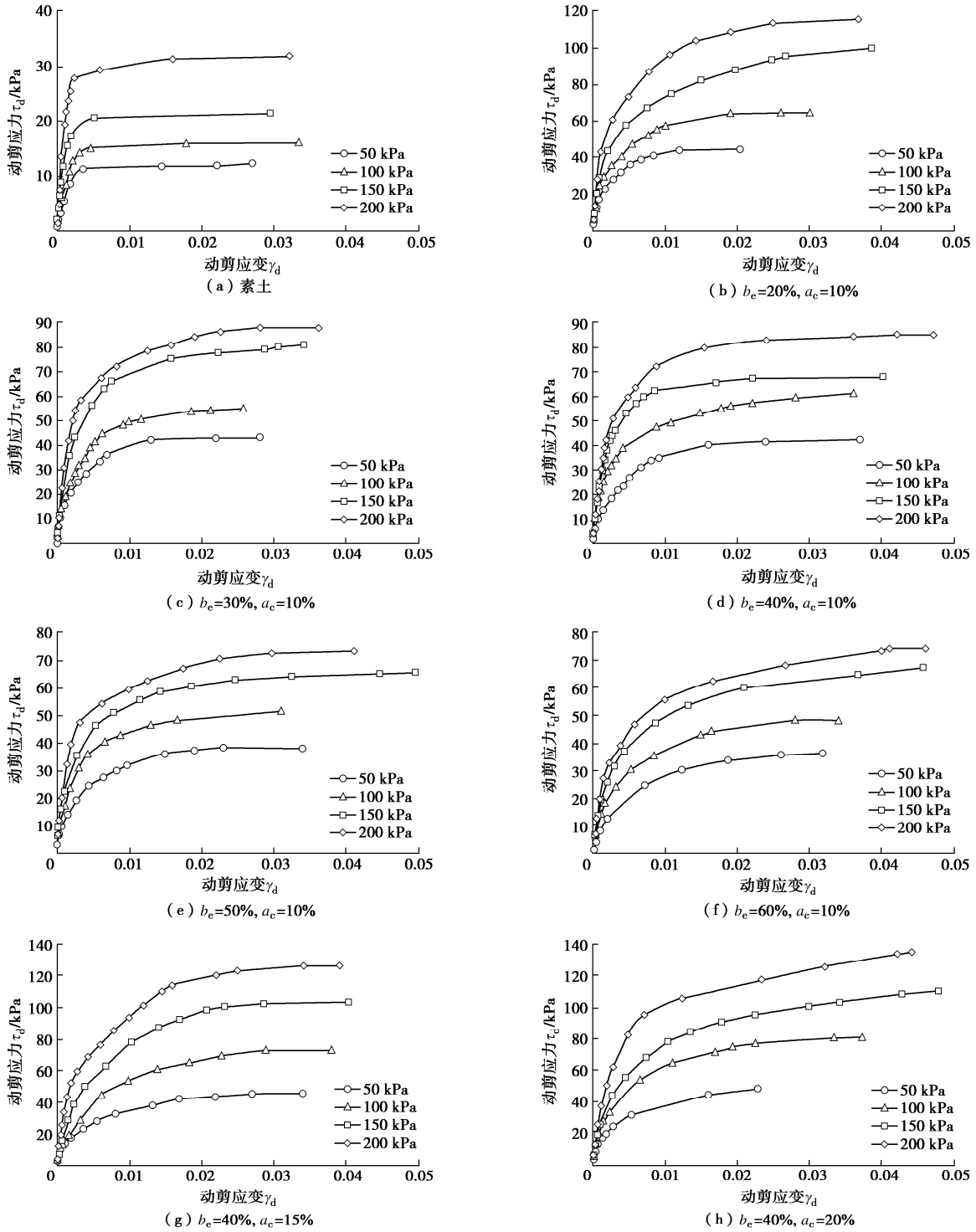


图 1　不同围压条件下轻量土的骨干曲线

Fig.1 Backbone curves of light weight soil under different confining pressures

2　轻量土的动变形特性

2.1　轻量土的骨干曲线变化规律

轻量土在动荷载下的滞回曲线是土体的动剪应力随着动剪应变增大的实时变化曲线，反映了土体在循环荷载作用下的动剪应力发展规律和动变形特性。骨干曲线表达了各级循环荷载作用下土体的最大动剪应力与最大动剪应变之间的关系。将每级动荷载下第 5 个滞回圈压半周的顶点连线，构建出轻量土在动荷载下的动剪应力－剪应变骨干曲线。由图 1 可知：①与素土类似，轻量土的骨干曲线表现出明显的非线性和应变硬化特征。②轻量土的最大动剪应力随着围压的增大而增大，骨干曲线的初始动剪切模量随之明显增大。例如，配比为 b_e=20%，a_c=10%的轻量土，当围压 σ_c=50，100，150，200 kPa 时，所对应的 τ_{max} 分别为 43.82，64.17，99.02，115.06 kPa。以该配比下 σ_c=50

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

kPa 时的 τ_{max} 为基准进行分析，轻量土 τ_{max} 的绝对增长量为 20.35，55.20，71.24 kPa，相对增长量为 46.44%，125.97%，162.57%。③从图 1（b）～（f）中可以发现，EPS 颗粒含量的改变，对于轻量土的动力承载能力影响较大，最大动剪应力随 EPS 颗粒体积比的增加而减小。以配比为 a_c=10%，b_e=20%的轻量土在 σ_c=100 kPa 时的 τ_{max} 为标准，随着 EPS 颗粒体积比从 20%增大到 60%，τ_{max} 的绝对减少量分别为 8.47，3.21，12.81，16.13 kPa，其相对减少量为 13.18%，5.00%，19.93%，25.10%。④在图 1（d），（g）和（h）中，同一围压下，轻量土的最大动剪应力随着水泥掺量的增大而增大。当配比为 b_e=40%，a_c=10%时，以轻量土在 σ_c=150 kPa 条件下的 τ_{max} 为基准，随着水泥掺量增加至 15%和 20%，τ_{max} 的绝对增加量为 35.50，42.52 kPa，相对增加量为 52.40%，62.76%。

2.2 Hardin-Drnevich 模型及模型参数变化规律

基于 Masing 准则，1972 年 Hardin 等提出了骨干曲线的双曲线模型表达式[8, 26]，见下式：

$$\tau_d = \gamma_d/(a + b\cdot\gamma_d) \quad , \tag{1}$$

式中，τ_d 为动剪应力，γ_d 为动剪应变，a，b 为模型参数，取决于土的性质。

由式（1）可得式（2），由于动剪应变 $\gamma_d \geqslant 0$，且单调递增，所以 $1/G_d - \gamma_d$ 关系曲线理论上符合线性递增的变化规律，其斜率为 b，截距为 a。

$$1/G_d = a + b\cdot\gamma_d \quad , \tag{2}$$

式中，G_d 为动剪切模量。

当 γ_d=0 时，

$$a = (\gamma_d/\tau_d)_{\gamma_d=0} = 1/G_{max} \quad , \tag{3}$$

式中，G_{max} 是骨干曲线在原点处的切线斜率，即最大动剪切模量。

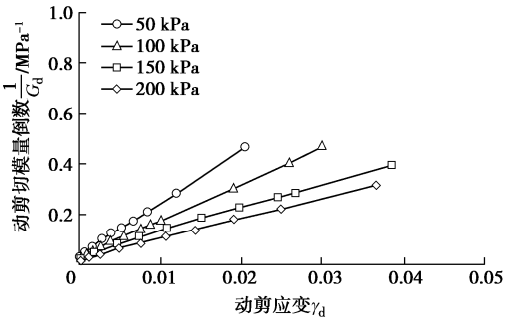
当 γ_d=∞时，

$$b = (1/\tau_d)_{\gamma_d=\infty} = 1/\tau_{max} \quad 。 \tag{4}$$

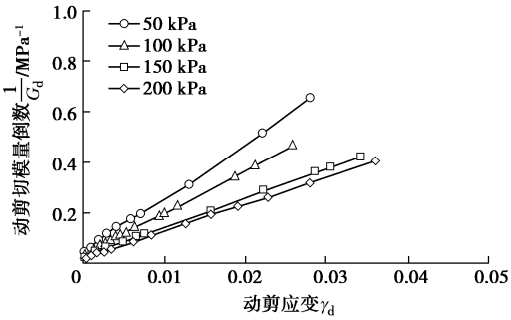
综上所述，参数 a 为最大动剪切模量 G_{max} 的倒数，而参数 b 则是最大动剪应力 τ_{max} 的倒数。则式（2）可以改写成

$$1/G_d = 1/G_{max} + \gamma_d/\tau_{max} \quad 。 \tag{5}$$

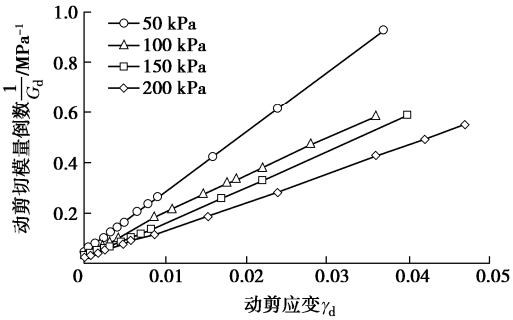
由图 2 可知：①随着动剪应变的增加，轻量土的 $1/G_d - \gamma_d$ 曲线符合线性递增的变化规律，这表明轻量土在动荷载下的动变形特性可以由 Hardin-Drnevich 模型描述。②随着围压的增大，轻量土的 $1/G_d - \gamma_d$ 曲线的斜率和截距都减小，即模型参数 a 和 b 都减小。③EPS 颗粒含量对 $1/G_d - \gamma_d$ 曲线的影响较为显著。在同一围压条件下，随着 EPS 颗粒体积比的增大，模型参数 a 和 b 都增大。④随着水泥掺量的增大，模型参数 a 和 b 都减小。



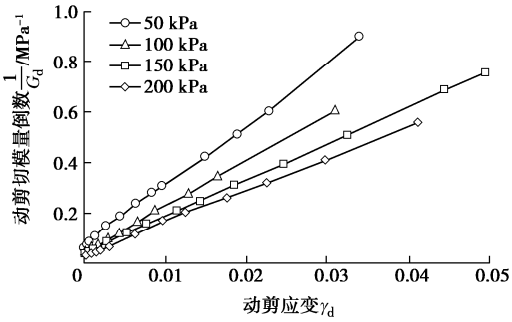
（a）b_e=20%, a_c=10%



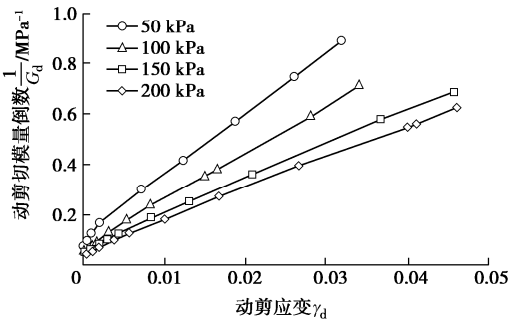
（b）b_e=30%, a_c=10%



（c）b_e=40%, a_c=10%

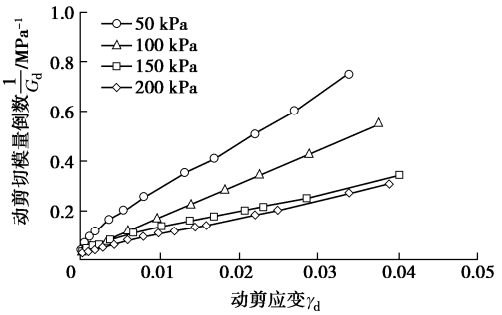


（d）b_e=50%, a_c=10%

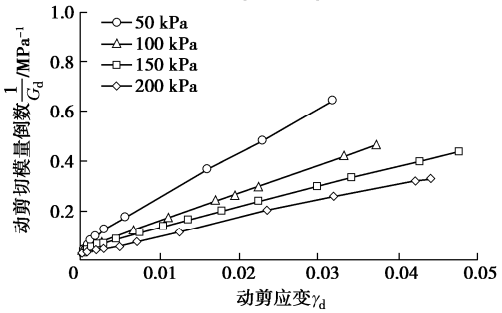


（e）b_e=60%, a_c=10%

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



（f）b_e=40%, a_c=15%



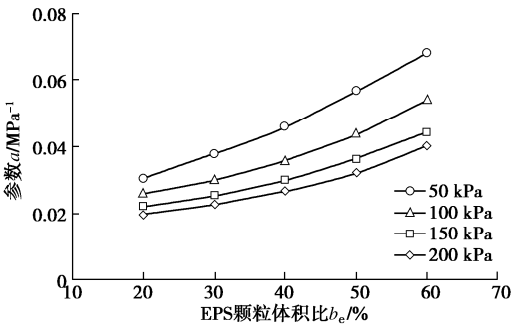
（g）b_e=40%, a_c=20%

图 2 不同围压条件下动剪切模量倒数 $1/G_d$ 与动剪应变 γ_d 的关系曲线

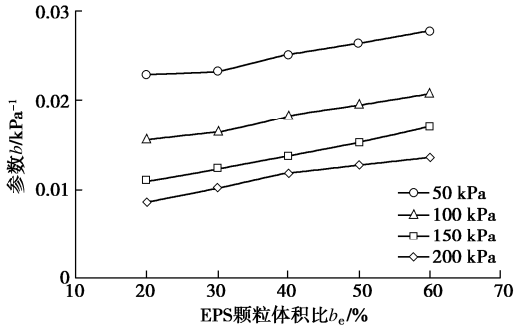
Fig. 2 Relationship curves between reciprocal of dynamic shear modulus and dynamic shear strain under different confining pressures

3 修正 Hardin-Drnevich 模型及模型参数确定方法验证

轻量土可以根据实际工程需要改变配比，调节强度与密度。不同配比的轻量土即可视为不同种类的土体，其细观结构破损机理有所不同。然而不同配比轻量土的宏观力学行为可能一致，即在本构模型中可能对应着相同的模型参数值。从图 3，4 中可以看出，模型参数 a 随着 EPS 颗粒体积比的增大呈非线性增大，随着水泥掺量的增大而近似线性减小；模型参数 b 随 EPS 颗粒掺量的增大近似线性增大，随着水泥掺量的增大而减小。因此本文尝试通过引入轻量土力学参数描述 Hardin-Drnevich 模型参数间的定量关系，将不同配比轻量土在复杂应力条件下的结构破损规律用修正 Hardin-Drnevich 模型统一表达。



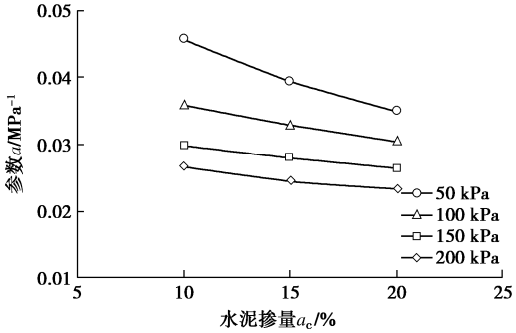
（a）参数a与EPS体积掺入比b_e的关系曲线



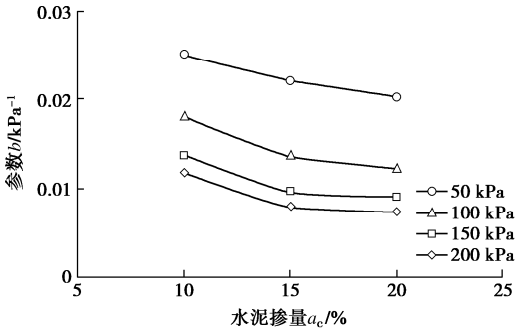
（b）参数b与EPS体积掺入比b_e的关系曲线

图 3 模型参数与 EPS 颗粒体积掺入比 b_e 的关系曲线

Fig. 3 Relationship curves between model parameters and particles content of EPS



（a）参数a与水泥掺量a_c的关系曲线



（b）参数b与水泥掺量a_c的关系曲线

图 4 模型参数与水泥掺量 a_c 的关系曲线

Fig. 4 Relationship curves between model parameters and cement content

（1）参数 a 表达式的建立

由式（3）可知，参数 a 为轻量土最大动剪切模量 G_{max} 的倒数，Hardin 等[6]提出了土的最大动剪切模量 G_{max} 经验公式，可以在没有试验条件时对土体进行动力特性求解，如下式：

$$G_{max} = A \cdot F(e) \cdot \mathrm{OCR}^{n} (\sigma_0')^{0.5} \quad 。 \tag{6}$$

式中　A，n_1，η_1 为材料参数；$F(e)$为与土的孔隙比有关的函数，对于黏性土，$F(e)=(2.97-e)^2/(1+e)$；OCR 为土的超固结比；n 为与黏性土的塑性指数 I_p 有关的常数，按照经验取值；σ_0' 为土的平均有效固结应力，$\sigma_0'=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$（kPa）。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 3 轻量土的相对结构度 k 的计算结果

Table 3 Calculated results of structural parameter k of light weight soil

配比	素土	b_e=20% a_c=10%	b_e=30% a_c=10%	b_e=40% a_c=10%	b_e=50% a_c=10%	b_e=60% a_c=10%	b_e=40% a_c=15%	b_e=40% a_c=20%
相对结构度 k	1	8.952	8.488	7.401	5.303	4.027	8.248	8.709

为将不同配比轻量土在复杂应力状态下的 G_{max} 用统一公式表达，基于式（6）所示 Hardin 经验公式，引入轻量土相对结构度 k 和广义孔隙比 e'，拟建适用于轻量土的最大动剪切模量 G_{max} 公式，如下式所示：

$$\begin{cases} G_{max} = A \cdot k^{n_1} F(e') \cdot (\sigma_0')^{0.5} \\ F(e') = (\eta_1 - e')^2 / (1 + e') \end{cases} , \quad (7)$$

式中，k 为土的相对结构度，e' 为广义孔隙比，n_1，η_1 为与轻量土性质有关的参数。

其中，轻量土的相对结构度 k 用以表征轻量土对原生结构强度的改变程度，定义相对结构度 k 为轻量土与素土的无侧限抗压强度的比值，如下所示：

$$k = \frac{q_u'}{q_u} , \quad (8)$$

式中，q_u' 为不同配比的轻量土的无侧限抗压强度，q_u 为最优含水率下素土的无侧限抗压强度。

分别对轻量土和最优含水率的素土进行无侧限抗压强度试验，轻量土的相对结构度的计算结果见表 3。

表 4 轻量土广义孔隙比 e' 的计算结果

Table 4 Calculated results of generalized void ratio e' of light weight soil

水泥掺量 a_c/%	EPS 颗粒体积掺入比 b_e/%					
	0	20	30	40	50	60
0	0.619	—	—	—	—	—
10	—	1.307	1.612	2.018	2.590	3.439
15	—	1.251	1.547	1.938	2.489	3.310
20	—	1.199	1.485	1.865	2.396	3.194

定义轻量土广义孔隙比 e' 为轻量土试样的孔隙体积与轻量土各成分体积的比值，其中 EPS 颗粒的相对质量密度 G_e 取为 1，轻量土的广义孔隙比如式（9）所示，计算结果见表 4。

$$e' = \frac{V_a + V_w + \left(V_{e1} - \dfrac{m_e}{G_e}\right)}{V_s + V_c + \dfrac{m_e}{G_e}} 。 \quad (9)$$

式中 V_a 为轻量土中空气所占体积；V_w 为水所占体积；V_{e1} 为 EPS 颗粒总体积；G_e 为 EPS 颗粒相对质量密度；V_s 为土颗粒体积；V_c 为水泥颗粒体积。

利用 Matlab R2018b 软件的计算方法进行编程，基于动三轴试验数据对轻量土的最大动剪切模量公式进行回归分析，各回归参数值见表 5。

将表 5 中的参数值代入式（7）最终得到轻量土的最大动剪切模量经验公式，如下式所示：

$$G_{max} = 0.103 \cdot k^{-0.305} \cdot \frac{(14.135 - e')^2}{1 + e'} \cdot (\sigma_0')^{0.5} , \quad (10)$$

基于此，Hardin-Drnevich 模型参数 a 表达式见下式：

$$a = \frac{1}{G_{max}} = \frac{9.709 \cdot (1 + e')}{k^{-0.305} \cdot (14.135 - e')^2 \cdot (\sigma_0')^{0.5}} 。 \quad (11)$$

表 5 最大动剪切模量公式的回归参数值

Table 5 Values of regression parameters of formula for maximum dynamic shear modulus

A	n_1	η_1
0.103	−0.305	14.135

（2）参数 b 表达式的建立

由式（4）可知，参数 b 为轻量土最大动剪应力 τ_{max} 的倒数。最大动剪应力 τ_{max} 是轻量土骨干曲线动剪应力的极限值，通过对大量动三轴试验结果分析，发现 τ_{max} 主要取决于土的平均有效固结应力 σ_0' [10]。引入轻量土相对结构度 k 与广义孔隙比 e'，拟建与平均有效固结应力有关的参数 b 表达式，见下式：

$$b = \left(\frac{\eta_2}{k}\right)^{n_2} + B \cdot (e')^{n_3} + C \cdot (\sigma_0')^{n_4} , \quad (12)$$

式中，B，η_2，n_2，n_3 为与轻量土性质有关的参数。

利用 Matlab R2018b 软件进行数值计算，其回归参数计算结果如表 6 所示。

表 6 参数 b 经验公式回归参数值

Table 6 Values of regression parameters of empirical formula for parameter b

η_2	n_2	B	n_3	C	n_4
0.0834	1.18	0.037	−12.3	0.437	−0.8

将表 6 中的参数值代入式（12）中，最终得到 Hardin-Drnevich 模型参数 b 的表达式，见式（13）。值得注意的是，这里提出的参数 b 表达式是基于本文试验数据的数理统计与回归分析的结果，不能作为求解轻量土最大动剪应力的理论公式。

$$b = \left(\frac{0.0834}{k}\right)^{1.18} + 0.037 \cdot (e')^{-12.3} + 0.437 \cdot (\sigma_0')^{-0.8} 。 \quad (13)$$

综上所述，式（7），（11）和（13）则为修正 Hardin-Drnevich 模型。

4 修正 Hardin-Drnevich 模型的验证

为了验证修正 Hardin-Drnevich 模型在复杂应力条件下的适用性，通过改变应力状态和应力路径，对轻量土进行动三轴验证试验。改变应力状态的验证试验方案如表 7 所示，为模拟道路工程中轻量土路基不

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 7 改变应力状态的轻量土动三轴验证试验方案

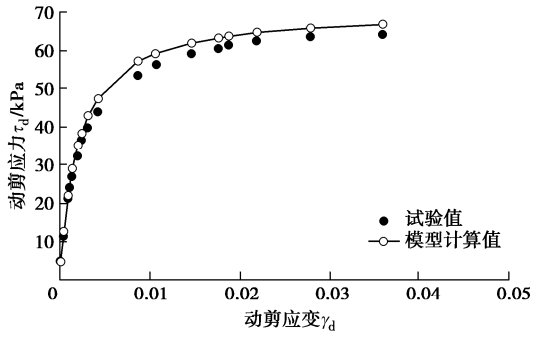
Table 7 Dynamic triaxial validation test schemes of light weight soil by changing stress state

EPS 颗粒体积掺入比 b_e/%	水泥掺入比 a_c/%	含水率 w/%	龄期 T/d	固结压力 σ_c/kPa	固结应力比 K_c	振动频率 f/Hz	每级循环周数
40	10	50	28	125，175	1	1	10

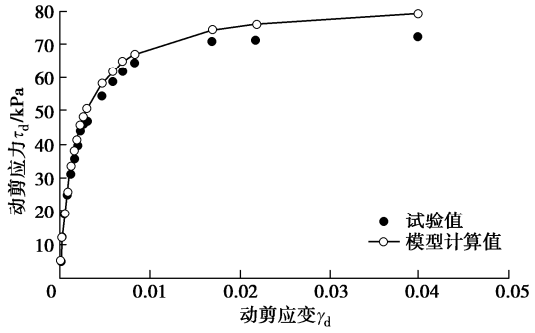
同深度处的应力状态，在 σ_c=125，175 kPa 的条件下开展动三轴验证试验。

选取每级动荷载下第 5 周滞回圈中的最大动剪应力作为试验值，并根据修正 Hardin-Drnevich 模型求得相应动剪应变时的模型计算值。

由图 5 可知，随着动剪应变的增大，模型计算值与试验值变化趋势一致，这表明改变应力状态后，修正 Hardin-Drnevich 模型的预测结果良好。以试验值为基准进行误差分析，发现不同围压条件下二者的绝对误差范围为 0.08～4.72 kPa，相对误差的范围为 0.38%～6.36%，这表明修正 Hardin-Drnevich 模型对不同应力状态下骨干曲线的预测是可靠的。



（a）b_e=40%, a_c=10%, σ_c=125 kPa



（b）b_e=40%, a_c=10%, σ_c=175 kPa

图 5 不同应力状态下模型计算值与试验值的对比

Fig. 5 Comparison between calculated and test values under different stress states

改变应力加载路径的验证试验中设置了 3 种方案，见表 8。试验轻量土试样的 EPS 颗粒体积掺入比 b_e 为 40%，水泥掺入比 a_c 为 10%，含水率为 50%，龄期为 28 d，试验中固结压力为 100 kPa，因结应力比为 1.0，振动频率为 1 Hz，每级循环周数为 10。方案一模拟简单、等梯度的加荷路径。在方案二中增大加载梯度，并保持加载峰值不变。方案三为复杂加卸荷情况，在加载过程中动荷载幅值先增大后减小再增大，存在卸荷回弹的情况，加载峰值保持不变。

在复杂加卸荷应力路径条件下，为保证试样不会在受力前期破坏，将 b_e=40%，a_c=10%的轻量土在 σ_c=100 kPa 条件下 τ_{max} 的 60%设定为动力加载幅值的最大值。

表 8 改变应力路径的轻量土动三轴验证试验方案

Table 8 Dynamic triaxial validation test schemes of light weight soil by changing stress path

方案一	方案二	方案三
正弦波加载	正弦波加载	正弦波加载
共 6 级	共 3 级	共 3 级
1/10 τ_{max}	2/10 τ_{max}	4/10 τ_{max}
2/10 τ_{max}	4/10 τ_{max}	2/10 τ_{max}
……	6/10 τ_{max}	6/10 τ_{max}
6/10 τ_{max}		

改变应力加载路径后，在图 6（a）中，以试验值为基准进行误差分析，模型计算值与试验值之间的绝对误差范围为 0.17～1.89 kPa，相对误差范围为 3.00%～4.18%。在图 6（b）中，模型计算值与试验值之间的绝对误差范围为 0.68～3.31 kPa，相对误差范围为 3.35%～8.36%。图 6（c）中模型计算值与试验值之间的绝对误差范围为 0.50～4.35 kPa，相对误差范围为 1.85%～10.94%。

综上所述：①在图 6（a）和（b）中，等梯度加载时模型计算值与试验值变化趋势基本一致。这表明修正 Hardin-Drnevich 模型对等梯度加载条件下骨干曲线的预测结果良好。②在图 6（b），（c）中，加载方式由等梯度加载变为复杂加卸荷时，卸荷过程使得轻量土试样发生部分回弹。再加载阶段中，当动荷载小于 4/10 τ_{max} 时，试样处于超固结状态；当动荷载大于 4/10 τ_{max} 时，试样处于正常固结状态。由于轻量土复杂的结构性及可能的样品不均匀，随着荷载继续增大，模型计算值与试验值未能重合。在同一动剪应变条件下，模型计算得到的动剪应力值偏小。③无论是简单的等梯度加载还是复杂加卸荷的应力路径，只要将动荷载控制在动强度的 60%以内，修正 Hardin-Drnevich 模型对轻量土骨干曲线预测是可靠的。随着应力路径从简单加载到复杂加卸荷，模型计算值与试验值间的相对误差增大，但都在 11%范围内。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

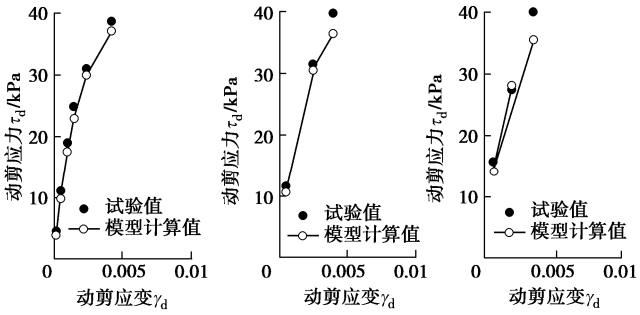


图 6 不同应力路径下模型计算值与试验值的对比

Fig. 6 Comparison between calculated and test values under different stress paths

5 结 论

（1）轻量土的骨干曲线表现出明显的非线性和应变硬化特征。随着围压的增大，轻量土的最大动剪应力增大，骨干曲线的初始动剪切模量随之增大。随着水泥掺量的增加和 EPS 颗粒含量的减少，有效地增大了试样的胶结结构强度，抑制了变形的发展，轻量土的最大动剪应力和最大动剪切模量随之增大。

（2）Hardin-Drnevich 模型参数 a 为 $1/G_d - \gamma_d$ 曲线的截距，参数 b 为其斜率。轻量土的 $1/G_d - \gamma_d$ 曲线符合线性递增的变化规律，这表明轻量土的骨干曲线可以由 Hardin-Drnevich 模型描述。参数 a 的物理意义为最大动剪切模量 G_{max} 的倒数，参数 b 则是最大动剪应力 τ_{max} 的倒数。随着围压和水泥掺量的增大，轻量土的最大动剪应力和最大动剪切模量随之增大，模型参数 a 和 b 都减小。EPS 颗粒体积比的增大减弱了轻量土的结构强度，模型参数 a 和 b 都随之增大。

（3）基于轻量土独特的结构性，定义了相对结构度 k 和广义孔隙比 e' 的计算方法。在 Hardin 最大动剪切模量公式的基础上，引入相对结构度 k 和广义孔隙比 e'，提出参数 a 和 b 的表达式，建立了修正 Hardin-Drnevich 模型，将不同配比轻量土在复杂应力状态条件下的动变形特性用统一形式的修正 Hardin-Drnevich 模型进行表达。

（4）通过改变应力状态和应力路径对修正 Hardin-Drnevich 模型进行验证。不同围压条件下模型计算值与试验值相对误差小于 6.36%，这表明修正 Hardin-Drnevich 模型对不同应力状态下骨干曲线的预测是可靠的。等梯度加载的应力路径下模型计算值与试验值变化趋势基本一致，这表明修正 Hardin-Drnevich 模型对等梯度加载条件下骨干曲线的预测结果良好。复杂加卸荷条件下，同一动剪应变条件下，模型计算得到的动剪应力值偏小。随着应力路径从简单加载到复杂加卸荷，模型计算值与试验值间的相对误差增大，但都在 11%范围内。无论是简单的等梯度加载还是复杂加卸荷的应力路径，只要将动荷载控制在动强度的 60%以内，修正 Hardin-Drnevich 模型对轻量土骨干曲线预测是可靠的。

参考文献：

[1] 侯天顺，徐光黎. 发泡颗粒混合轻量土三轴应力-应变-孔压特性试验[J]. 中国公路学报, 2009, **22**(6): 10－17. (HOU Tian-shun, XU Guang-li. Experiment on triaxial pore water pressure-stress-strain characteristics of foamed particle light weight soil[J]. China Journal of Highway and Transport, 2009, **22**(6): 10－17. (in Chinese))

[2] 侯天顺，徐光黎. 发泡颗粒混合轻量土抗剪强度特性试验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2010, **39**(4): 534－540. (HOU Tian-shun, XU Guang-li. Experimental study on the shear strength characteristics of foamed particle light weight soil[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2010, **39**(4): 534－540. (in Chinese))

[3] HOU T S. Influence of expanded polystyrene size on deformation characteristics of light weight soil[J]. Journal of Central South University, 2012, **19**(11): 3320－3328.

[4] HOU T S. Model for compaction density and engineering properties of light weight soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(11): 2127－2135.

[5] 谢定义. 土动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2011. (XIE Ding-yi. Soil Dynamics[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2011. (in Chinese))

[6] HARDIN B O, BLACK W L. Vibration modulus of normally consolidated clay[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, **94**(2): 353－369.

[7] SEED H B, IDRISS I M. Soil Modulus and Damping Factors for Dynamic Response Analysis[R]. California: Earthquake Engineering Research Center, University of California, EERC70-10, 1970.

[8] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1972, **98**(7): 667－692.

[9] HARDIN B O, DRNEVICH V P. Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter effects[J]. ASCE, J Soil Mech Found Div, 1972, **98**(SM6): 603－624.

[10] 胡文尧，王天龙. 关于黏性土剪切模量和阻尼比与剪应变关系模型中的参数[J]. 同济大学学报（自然科学版）, 1982(2): 53－61. (HU Wen-yao, WANG Tian-long. Parameters of dynamic stress-strain models for cohesive

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

soil[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 1982(2): 53－61. (in Chinese))

[11] 郑大同, 王惠昌. 循环荷载作用下土的非线性应力应变模型[J]. 岩土工程学报, 1983, **5**(1): 65－76. (ZHENG Da-tong, WANG Hui-chang. Nonlinear stress-strain model of soil under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **5**(1): 65－76. (in Chinese))

[12] 陈国兴, 谢君斐, 张克绪. 土的动模量和阻尼比的经验估计[J]. 地震工程与工程振动, 1995, **15**(1): 73－84. (CHEN Guo-xing, XIE Jun-fei, ZHANG Ke-xu. Empirical estimation of dynamic modulus and damping ratio of soil[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1995, **15**(1): 73－84. (in Chinese))

[13] 刘雪珠, 陈国兴, 胡庆兴. 南京地区新近沉积土的动剪切模量和阻尼比的初步研究[J]. 地震工程与工程振动, 2002, **22**(5): 127－132. (LIU Xue-zhu, CHEN Guo-xing, HU Qing-xing. Primary study on dynamic shear modulus and damping ratio of recently deposited soil in area of Nanjing[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, **22**(5): 127－132. (in Chinese))

[14] 陈国兴, 刘雪珠. 南京及邻近地区新近沉积土的动剪切模量和阻尼比的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(8): 1403－1410. (CHEN Guo-xing, LIU Xue-zhu. Testing study on ratio of dynamic shear moduli and ratio of damping for recently deposited soils in Nanjing and its neighboring areas[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(8): 1403－1410. (in Chinese))

[15] YUAN X M, SUN J, SUN R. Effect of consolidation ratios on maximum dynamic shear modulus of sands[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, **4**(1): 59－68.

[16] 袁晓铭, 孙　静. 非等向固结下砂土最大动剪切模量增长模式及 Hardin 公式修正[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(3): 264－269. (YUAN Xiao-ming, SUN Jing. Model of maximum dynamic shear modulus of sand under anisotropic consolidation and revision of Hardin's formula[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(3): 264－269. (in Chinese))

[17] 雷华阳, 姜　岩, 陆培毅, 等. 交通荷载作用下结构性软土动本构关系的试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(12): 3788－3792. (LEI Hua-yang, JIANG Yan, LU Pei-yi, et al. Experimental study of dynamic constitutive relation of structural soft soils under traffic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(12): 3788－3792. (in Chinese))

[18] 孙　锐, 于啸波, 袁晓铭, 等. 季冻区典型土类动剪切模量阻尼比计算方法[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(1): 116－128. (SUN Rui, YU Xiao-bo, YUAN Xiao-ming, et al. Method for dynamic shear moduli and damping ratio of typical soils in seasonal frozen region[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(1): 116－128. (in Chinese))

[19] 姬凤玲, 吕擎峰, 李明东. 疏浚淤泥 EPS 颗粒轻质混合土本构模型研究[J]. 深圳大学学报, 2006, **23**(3): 195－200. (JI Feng-ling, LÜ Qing-feng, LI Ming-dong. Study on the constitutive model of lightweight EPS-bead-treated soil made from silt[J]. Journal of Shenzhen University (Science and Engineering), 2006, **23**(3): 195－200. (in Chinese))

[20] 黎　冰. 动荷载下黏土与 EPS 颗粒混合轻质土的变形和强度特性试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2007. (LI Bing. Experimental Study on the Deformation and Strength Properties of Light Weight Clay-EPS Beads Soil Under Cyclic Loading[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese))

[21] GAO Y F, WANG S M, CHEN C B. A united deformation-strength framework for light weight sand-EPS beads soil (LSES) under cyclic loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, **31**(8): 1144－1153.

[22] GAO H M, BU C Y, WANG Z H, et al. Dynamic characteristics of expanded polystyrene composite soil under traffic loadings considering initial consolidation state[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, **102**: 86－98.

[23] HU Y, GAO H M, WANG Z H, et al. Dynamic modulus and damping ratio of EPS composite soil under small strain condition[C]// Proceedings of the 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, Rhodes Island.

[24] HOU T S, PEI Z W, LUO Y S, et al. Study on the dynamic constitutive relationship of EPS particles light weight soil based on hardin-drnevich model[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2020, **38**(2): 1785－1798.

[25] 土工试验方法标准: GB/T50123—2019[S]. 2019. (Standard for Geotechnical Testing Method: GB/T50123—2019[S]. 2019. (in Chinese))

[26] KONDNER R L. Hyperbolic stress-strain responses: Cohesive soils[J]. Journal of soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1964, **89**(1): 126－127.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net